

Chuyên đề 5

ĐẠO HÀM

VẤN ĐỀ 1. ĐỊNH NGHĨA VÀ Ý NGHĨA CỦA ĐẠO HÀM



HỆ THỐNG KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Định nghĩa đạo hàm tại một điểm

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$ và $x_0 \in (a; b)$ nếu tồn tại giới hạn (hữu hạn)

$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ thì giới hạn đó được gọi là đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm x_0 và kí

hiệu là $f'(x_0)$ tức là

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Trong đó: Đại lượng $\Delta x = x - x_0$ là số gia của đối số tại x_0 , đại lượng

$\Delta y = f(x) - f(x_0) = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ là số gia tương ứng của hàm số.

- Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.

2. Cách tính đạo hàm bằng định nghĩa

Để tính đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm x_0 bằng định nghĩa ta làm theo các bước sau

Bước 1: Tính $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$

Bước 2: Lập tỉ số $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

Bước 3: Tìm $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

3. Đạo hàm bên trái, bên phải

$$f'(x_0^+) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}; \quad f'(x_0^-) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Hệ quả: Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì sẽ tồn tại $f'(x_0^+)$ và $f'(x_0^-)$ đồng thời

$$f'(x_0^+) = f'(x_0^-).$$

4. Đạo hàm trên khoảng, trên đoạn

- Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm (hay hàm khả vi) trên $(a; b)$ nếu nó có đạo hàm tại mọi điểm thuộc $(a; b)$.

- Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm (hay hàm khả vi) trên $[a; b]$ nếu nó có đạo hàm tại mọi điểm thuộc $(a; b)$ đồng thời tồn tại đạo hàm bên trái $f'(b^-)$ và đạo hàm bên phải $f'(a^+)$.

5. Mối liên hệ giữa đạo hàm và tính liên tục

- Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì $y = f(x)$ liên tục tại x_0 .

Chú ý: Định lí trên chỉ là điều kiện cần, tức là một hàm có thể liên tục tại điểm x_0 nhưng hàm đó không có đạo hàm tại x_0 .

Chẳng hạn: Xét hàm $f(x) = |x|$ liên tục tại $x = 0$ nhưng không có đạo hàm tại điểm đó.

$$\forall \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 1, \text{ còn } \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x} = -1.$$

B

MỘT SỐ DẠNG BÀI TẬP

DẠNG 1: TÌM SỐ GIA CỦA HÀM SỐ

Câu 1

Tìm số gia của hàm số $f(x) = x^4$ khi $x_0 = 1, \Delta x = 1$.

Lời giải

Ta có:

$$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = f(2) - f(1) = 2^4 - 1^4 = 15$$

Câu 2

Số gia của hàm số $f(x) = x^3 + x$ khi $x_0 = 0, \Delta x = 1$.

Lời giải

Ta có: $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = f(1) - f(0) = (1^3 + 1) - (0^3 + 0) = 2$

Câu 3

Tìm số gia của hàm số $f(x) = \frac{x^3}{3}$ theo số gia Δx của đối số x tại $x_0 = 0$.

Lời giải

Ta có: $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = f(\Delta x) - f(0) = \frac{(\Delta x)^3}{3} - \frac{(0)^3}{3} = \frac{(\Delta x)^3}{3}$

Câu 4

Số gia của hàm số $f(x) = x^2 - x$ ứng với $x_0, \Delta x$ là

Lời giải

.....
.....
.....

Câu 5

Tìm số gia của hàm số $f(x) = x^2 + 2$ khi $x_0 = 0, \Delta x = 2$.

Lời giải

.....
.....

Câu 6

Số gia của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^3 + 1}$ khi, $x_0 = 1$, $\Delta x = 1$.

Lời giải

Câu 7

Tìm số gia của hàm số $f(x) = \sqrt{x+1}$ theo số gia Δx của đối số x tại $x_0 = 0$.

Lời giải

DẠNG 2: TÍNH ĐẠO HÀM BẰNG ĐỊNH NGHĨA

Cách 1: Tính đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm x_0 bằng định nghĩa ta làm theo các bước sau

Bước 1: Tính $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$

Bước 2: Lập tỉ số $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

Bước 3: Tìm $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

Cách 2.

Bước 1: Tính $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

Bước 2: KL

Ví dụ 1

Tính đạo hàm (bằng định nghĩa) của mỗi hàm số sau tại các điểm đã chỉ ra:

a) $y = x^2 - x$ tại $x_0 = 1$ b) $y = \sqrt{x}$ tại $x_0 = 1$

c) $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ tại $x_0 = 0$ d) $y = \frac{1}{x + 1}$ tại $x_0 = 2$

e) $y = \sqrt{x^2 + 3}$ tại $x_0 = 1$

Lời giải

a) Ta có: $f'(1) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1 + \Delta x) - f(1)}{\Delta x}$
 $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(1 + \Delta x)^2 - (1 + \Delta x) - (1^2 - 1)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\Delta x + 1) = 1$

b) Ta có: $f'(1) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1 + \Delta x) - f(1)}{\Delta x}$
 $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \Delta x} - 1}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1 + \Delta x - 1}{\Delta x(\sqrt{1 + \Delta x} + 1)} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{1 + \Delta x} + 1} = \frac{1}{2}$

c) Ta có: $f'(0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(0 + \Delta x) - f(0)}{\Delta x}$

d)

e)

.....

.....

.....

Ví dụ 2

Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^3 + x^2 + 1} - 1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ tại $x = 0$.

Lời giải

Ta có : $f(0) = 0$, do đó: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^3 + x^2 + 1} - 1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1}{\sqrt{x^3 + x^2 + 1} + 1} = \frac{1}{2}$

Vậy $f'(0) = \frac{1}{2}$.

Ví dụ 3

Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{khi } x \geq 1 \\ \frac{x^3 + 2x^2 - 7x + 4}{x - 1} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ tại $x_0 = 1$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4

Chứng minh rằng hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + |x + 1|}{x - 1}$ liên tục tại $x = -1$ nhưng không có đạo hàm tại điểm đó.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 5

Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x \leq 1 \\ x^2+bx+1 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Để hàm số này có đạo hàm tại $x=1$ thì giá trị của b là?

Lời giải

Ví dụ 6

Tìm a, b để hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2+x & \text{khi } x \leq 1 \\ ax+b & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ có đạo hàm tại $x=1$.

Lời giải

+Điều kiện cần:

$$f(1) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (ax + b) = a + b$$

Để hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại $x=1$ thì $f(x)$ liên tục tại $x=1$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Leftrightarrow a + b = 2$$

+Điều kiện đủ:

$$f'(1^-) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x + 2) = 3$$

$$f'(1^+) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ax + b - (a + b)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ax - a}{x - 1} = a$$

Để hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại $x=1$ thì $f'(1^+) = f'(1^-) \Leftrightarrow a = 3 \Rightarrow b = -1$

Ví dụ 7

Tìm a, b để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{3} & \text{khi } x > 1 \\ ax+b & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ có đạo hàm tại $x=1$.

Lời giải



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. TÍNH ĐẠO HÀM BẰNG ĐỊNH NGHĨA

Câu 1. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Nếu hàm số $y = f(x)$ không liên tục tại x_0 thì nó có đạo hàm tại điểm đó.
- B. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó không liên tục tại điểm đó.
- C. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.
- D. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục tại x_0 thì nó có đạo hàm tại điểm đó.

Câu 2. Cho f là hàm số liên tục tại x_0 . Đạo hàm của f tại x_0 là:

- A. $f(x_0)$.
- B. $\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$.
- C. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ (nếu tồn tại giới hạn).
- D. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0-h)}{h}$ (nếu tồn tại giới hạn).

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 là $f'(x_0)$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$.
- B. $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$.
- C. $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$.
- D. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x+x_0)-f(x_0)}{x-x_0}$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3-\sqrt{4-x}}{4} & \text{khi } x \neq 0 \\ \frac{1}{4} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Tính $f'(0)$.

- A. $f'(0) = \frac{1}{4}$.
- B. $f'(0) = \frac{1}{16}$.
- C. $f'(0) = \frac{1}{32}$.
- D. Không tồn tại.

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Tính $f'(0)$.

- A. $f'(0) = 0$.
- B. $f'(0) = 1$.
- C. $f'(0) = \frac{1}{2}$.
- D. Không tồn tại.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ bởi $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{x^2 - 3x + 2} & \text{khi } x \neq 1 \\ 0 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tính $f'(1)$.

- A. $f'(1) = \frac{3}{2}$. B. $f'(1) = 1$. C. $f'(1) = 0$. D. Không tồn tại.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \geq 0 \\ -x^2 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hàm số không liên tục tại $x = 0$. B. Hàm số có đạo hàm tại $x = 2$.
C. Hàm số liên tục tại $x = 2$. D. Hàm số có đạo hàm tại $x = 0$.

Câu 8. Tìm tham số thực b để hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x \leq 2 \\ -\frac{x^2}{2} + bx - 6 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ có đạo hàm tại $x = 2$.

- A. $b = 3$. B. $b = 6$. C. $b = 1$. D. $b = -6$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} mx^2 + 2x + 2 & \text{khi } x > 0 \\ nx + 1 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của các tham số m, n sao cho $f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x = 0$.

- A. Không tồn tại m, n . B. $m = 2, \forall n$.
C. $n = 2, \forall m$. D. $m = n = 2$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} & \text{khi } x \leq 1 \\ ax + b & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của các tham số a, b sao cho $f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x = 1$.

- A. $a = 1, b = -\frac{1}{2}$. B. $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$. C. $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$. D. $a = 1, b = \frac{1}{2}$.

Dạng 2. SỐ GIA CỦA HÀM SỐ

Câu 11. Tính số gia của hàm số $y = x^2 + 2$ tại điểm $x_0 = 2$ ứng với số gia $\Delta x = 1$.

- A. $\Delta y = 13$. B. $\Delta y = 9$. C. $\Delta y = 5$. D. $\Delta y = 2$.

Câu 12. Tính số gia của hàm số $y = x^3 + x^2 + 1$ tại điểm x_0 ứng với số gia $\Delta x = 1$.

- A. $\Delta y = 3x_0^2 + 5x_0 + 3$. B. $\Delta y = 2x_0^3 + 3x_0^2 + 5x_0 + 2$.
C. $\Delta y = 3x_0^2 + 5x_0 + 2$. D. $\Delta y = 3x_0^2 - 5x_0 + 2$.

Câu 13. Tính số gia của hàm số $y = \frac{x^2}{2}$ tại điểm $x_0 = -1$ ứng với số gia Δx .

- A. $\Delta y = \frac{1}{2}(\Delta x)^2 - \Delta x$. B. $\Delta y = \frac{1}{2}[(\Delta x)^2 - \Delta x]$. C. $\Delta y = \frac{1}{2}[(\Delta x)^2 + \Delta x]$. D. $\Delta y = \frac{1}{2}(\Delta x)^2 + \Delta x$.

Câu 14. Tính số gia của hàm số $y = x^2 - 4x + 1$ tại điểm x_0 ứng với số gia Δx là:

- A. $\Delta y = \Delta x(\Delta x + 2x_0 - 4)$. B. $\Delta y = 2x_0 + \Delta x$.
C. $\Delta y = \Delta x(2x_0 - 4\Delta x)$. D. $\Delta y = 2x_0 - 4\Delta x$.

Câu 15. Tính số gia của hàm số $y = \frac{1}{x}$ tại điểm x (bất kì khác 0) ứng với số gia Δx .

- A. $\Delta y = \frac{\Delta x}{x(x + \Delta x)}$. B. $\Delta y = -\frac{\Delta x}{x(x + \Delta x)}$. C. $\Delta y = -\frac{\Delta x}{x + \Delta x}$. D. $\Delta y = \frac{\Delta x}{x + \Delta x}$.

Câu 16. Tính tỷ số $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ của hàm số $y = 3x + 1$ theo x và Δx .

- A. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 0$. B. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 1$. C. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2$. D. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 3$.

Câu 17. Tính tỷ số $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ của hàm số $y = x^2 - 1$ theo x và Δx .

- A. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 0$. B. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \Delta x + 2x$. C. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2x + \Delta x$. D. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \Delta x$.

Câu 18. Tính tỷ số $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ của hàm số $y = 2x^3$ theo x và Δx .

- A. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2x^3 - 2(\Delta x)^3}{\Delta x}$. B. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2(\Delta x)^2$.
C. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 6x^2 + 6x\Delta x + 2(\Delta x)^2$. D. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 3x^2 + 3x\Delta x + (\Delta x)^2$.

Câu 19. Tính tỷ số $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ của hàm số $y = \frac{1}{x}$ theo x và Δx .

- A. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{x(x + \Delta x)}$. B. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{1}{x(x + \Delta x)}$. C. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{1}{x + \Delta x}$. D. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{x + \Delta x}$.

Câu 20. Đạo hàm của hàm số $f(x) = x^2 - x$ tại điểm x_0 ứng với số gia Δx là:

- A. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} ((\Delta x)^2 + 2x\Delta x - \Delta x)$. B. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\Delta x + 2x - 1)$.
C. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\Delta x + 2x + 1)$. D. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} ((\Delta x)^2 + 2x\Delta x + \Delta x)$.

Dạng 3. Ý NGHĨA VẬT LÝ CỦA ĐẠO HÀM

Câu 21. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = t^2$, trong đó $t > 0$, t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Tính vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 2$ giây.

- A. 2m/s. B. 3m/s. C. 4m/s. D. 5m/s.

Câu 22. Một viên đạn được bắn lên cao theo phương trình $s(t) = 196t - 4,9t^2$ trong đó $t > 0$, t tính bằng giây kể từ thời điểm viên đạn được bắn lên cao và $s(t)$ là khoảng cách của viên đạn so với mặt đất được tính bằng mét. Tại thời điểm vận tốc của viên đạn bằng 0 thì viên đạn cách mặt đất bao nhiêu mét?

- A. 1690m. B. 1069m. C. 1906m. D. 1960m.

Câu 23. Một chất điểm chuyển động có phương trình $s(t) = t^3 - 3t^2 + 9t + 2$, trong đó $t > 0$, t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Hỏi tại thời điểm nào thì vận tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất?

- A. $t = 1s$. B. $t = 2s$. C. $t = 3s$. D. $t = 6s$.

Câu 24. Vận tốc của một chất điểm chuyển động được biểu thị bởi công thức $v(t) = 8t + 3t^2$, trong đó $t > 0$, t tính bằng giây và $v(t)$ tính bằng mét/giây. Tìm gia tốc của chất điểm tại thời điểm mà vận tốc chuyển động là 11 mét/giây.

- A. $6m/s^2$. B. $11m/s^2$. C. $14m/s^2$. D. $20m/s^2$.

Câu 25. Một vật rơi tự do theo phương trình $s = \frac{1}{2}gt^2$, trong đó $g = 9,8m/s^2$ là gia tốc trọng trường. Tìm vận tốc trung bình của chuyển động trong khoảng thời gian từ t ($t = 5s$) đến $t + \Delta t$ với $\Delta t = 0,001s$.

- A. $v_{tb} = 49m/s$. B. $v_{tb} = 49,49m/s$. C. $v_{tb} = 49,0049m/s$. D. $v_{tb} = 49,245m/s$.

Dạng 4. PHƯƠNG TRÌNH TIẾP TUYẾN

Câu 26. Tìm hệ số góc k của tiếp tuyến của parabol $y = x^2$ tại điểm có hoành độ $\frac{1}{2}$.

- A. $k = 0$. B. $k = 1$. C. $k = \frac{1}{4}$. D. $k = -\frac{1}{2}$.

Câu 27. Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong $y = x^3$ tại điểm $(-1; -1)$.

- A. $y = -3x - 4$. B. $y = -1$. C. $y = 3x - 2$. D. $y = 3x + 2$.

Câu 28. Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong $y = \frac{1}{x}$ tại điểm có hoành độ bằng -1 .

- A. $x + y + 2 = 0$. B. $y = x + 2$. C. $y = x - 2$. D. $y = -x + 2$.

Câu 29. Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong $y = x^3$ tại điểm có tung độ bằng 8 .

- A. $y = 8$. B. $y = -12x + 16$. C. $y = 12x - 24$. D. $y = 12x - 16$.

Câu 30. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại giao điểm với trục tung.

- A. $y = 2x$. B. $y = 2$. C. $y = 0$. D. $y = -2$.

Câu 31. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại giao điểm với đường thẳng $y = -2$.

- A. $y = -9x + 7; y = -2$. B. $y = -2$. C. $y = 9x + 7; y = -2$. D. $y = 9x + 7; y = 2$.

Câu 32. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 9x + 7$.

- A. $y = 9x + 7; y = 9x - 25$. B. $y = 9x - 25$. C. $y = 9x - 7; y = 9x + 25$. D. $y = 9x + 25$.

Câu 33. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{45}x$.

- A. $y = 45x - 173; y = 45x + 83$. B. $y = 45x - 173$.
C. $y = 45x + 173; y = 45x - 83$. D. $y = 45x - 83$.

Câu 34. Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong $y = \frac{1}{x}$ biết hệ số góc của tiếp tuyến bằng $-\frac{1}{4}$.

- A. $x + 4y - 1 = 0; x + 4y + 1 = 0$. B. $x + 4y - 4 = 0; x + 4y + 4 = 0$.
C. $y = -\frac{1}{4}x - 4; y = -\frac{1}{4}x + 4$. D. $y = -\frac{1}{4}x$.

Câu 35. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết cosin góc tạo bởi tiếp tuyến và đường thẳng $\Delta: 4x - 3y = 0$ bằng $\frac{3}{5}$.

- A. $y = 2; y = 1$. B. $y = -2; y = 1$. C. $y = -2; y = -1$. D. $y = 2; y = -2$.

-----Hết-----